¿Depende la inercia de un cuerpo de su contenido energético?

N.B. En rojo pongo mis comentarios al artículo de Einstein. EM se refiere a ElectroMagnética

Aquí tenemos la primera inconsistencia de uno de los más famosos artículos de Einstein, el que concluye con $\mathcal{E} = mc^2$: ¿ Qué es, **realmente**, el *contenido energético de un cuerpo*? Si utilizamos la Termodinámica, sería la cantidad total de calor que se pudiese extraer de ese cuerpo, incluida la desaparición del mismo cuerpo con su combustión o desintegración, quizás. ¿ Cuál es el contenido energético de un trozo de granito, incombustible y no radiactivo? Einstein no lo deja claro.

A. Einstein

Annalen der Physik (1905) Vol. 18, p. 639

Los resultados de una investigación electrodinámica publicada por mí recientemente en estos *Annalen* conducen a una consecuencia muy interesante que se deducirá aquí.

Tomé alllí como base las ecuaciones de Maxxwell-Hertz en el espacio vacío, y la expresión de Maxwell para la energía electromagnética del espacio,

$$u = \mathcal{U}/\mathcal{V} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(E^2 + (cB)^2\right)$$

donde $\mathcal{V}$ es un determinado volumen de ese espacio lejos de cualquier cuerpo, y u la densidad de energía en ese volumen.

añadiendo el principio

Las leyes según las cuales varían los sistemas físicos, son independientes del sistema de referencia con respecto al cual se determinen esas variaciones, elegido entre múltiples sistemas de referencia que se muevan unos con respecto a otros en traslación uniforme y paralela entre ellos. (Principio de relatividad).

Apoyado en esa base, deduje allí, entre otros, el siguiente resultado:

Sea un sistema de ondas planas electromagnéticas, que posea, referido al sistema de coordenadas (x, y, z) la densidad de energía u. Asumamos que la direccion de radiación (la normal de ondas) forma un ángulo φ con el eje x del sistema de coordenadas. Consideremos otro sistema de coordenadas (ξ, η, ζ) en traslación uniforme y paralela al primero, y cuyo origen se mueva con un módulo de velocidad $= v$ a lo largo del eje x.

Entonces, **en el sistema** (ξ, η, ζ) la cantidad de luz ¿qué es esto? tendrá la densidad de energía

$$u* = u \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{1}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío.

Consideremos ahora un cuerpo en reposo respecto al sistema de coordenadas (x, y, z), cuya energía, referida a este sistema (x, y, z), sea $\mathscr{E}_0$

¿Qué es esto? ¿Cual es la energía de un cuerpo? ¿Cómo medimos esta energía? ¿Cuál es la energía de un trozo de granito, incombustible y no radiactivo?¿Cómo la podemos medir o determinar?

Sea $\mathscr{H}_0$ la energía del cuerpo referida al sistema (ξ, η, ζ).

Si $\mathscr{H}_0$ es distinta de $\mathscr{E}_0$, estas dos energías deben ser energías cinéticas, o potenciales elásticas, pues son las únicas que dependen de la velocidad de un sistema de coordenadas, velocidad referida al sistema de coordenadas en el que el cuerpo está inmóvil, bien porque son función de la velocidad del segundo sistema (energía cinética) o de la longitud del muelle (energía elástica) medidas desde distintos sistemas de coordenadas.

Ahora, si $\mathscr{E}_0$ es energía cinética, $\mathscr{E}_0 = 0$. Si es energía potencial elástica, tendrá algún valor concreto $\neq 0$. Si es energía radiactiva, el valor numérico de esta energía debe ser la misma en ambos sistemas de coordenadas, fijo y móvil. Si es energía electrostática, lo mismo. Solo si es energía electrodinámica o magnética debe tener valor numérico distinto vista desde el sistema en reposo o el móvil

Consideremos que el cuerpo, independientemente del sistema de cooordenadas que utilicemos, emite ondas planas EM con densidad de energía $u/2$ en la dirección del eje x y en ambos sentidos positivo y negativo. El cuerpo no se mueve respecto al sistema de coordenadas (x, y, z), pues emite la energía EM en la misma dirección y sentidos contrarios. Se cumple el principio de conservación de la energía, referido a ambos sistemas (x, y, z) y (ξ, η, ζ) según el principio de relatividad.

Elegimos, pues, el ángulo $\varphi = 0$ rad.

Por lo tanto, si el cuerpo emite energía, perderá energía propia. Se trata de saber cuánta.

Al emitir ondas EM, el cuerpo pierde energía, de forma que tras esa emisión, las energías respectivas a ambos sistemas de coordenadas son $\mathscr{E}_1$ y $\mathscr{H}_1$

Si consideramos el volumen $\mathcal{V}$ donde se mueven las ondas EM igual a la unidad, la densidad de energía puede considerarse como energía total U. Entonces:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 - \left[\frac{1}{2}U + \frac{1}{2}U\right] = \mathcal{E}_0 - U \tag{2}$$

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_0 - \frac{1}{2}U\left[\frac{1-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} + \frac{1+\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right] = \mathcal{H}_0 - U\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{3}$$

Resumiendo

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 - U \tag{4}$$

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_0 - \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}U \tag{5}$$

Si ahora hacemos la diferencia $(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_0) - (\mathcal{H}_1 - \mathcal{E}_1)$ obtenemos:

$$(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_0) - (\mathcal{H}_1 - \mathcal{E}_1) = U\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right\} \tag{6}$$

Las diferencias $(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_0)$ y $(\mathcal{H}_1 - \mathcal{E}_1)$ son entre valores de energía (de todos los tipos) del mismo cuerpo. $\mathcal{E}$ es a la energía en un sistema de coordenadas en reposo respecto al cuerpo. $\mathcal{H}$ es la energía del cuerpo vista o medida desde un sistema de coordenadas que se mueve respecto al cuerpo. Respecto a este último sistema el cuerpo tiene una energía **cinética** $\mathcal{K}_0$ antes de emitir ondas EM, y $\mathcal{K}_1$ despues de la emisión. Por lo tanto esas diferencias de energía deben cumplir

$$(\mathcal{H}_0 - \mathcal{E}_0) = \mathcal{K}_0 + \mathcal{C} \tag{7}$$

$$(\mathcal{H}_1 - \mathcal{E}_1) = \mathcal{K}_1 + \mathcal{C} \tag{8}$$

donde $\mathcal{C}$ es una constante con unidades de energía. Esto, visto desde el sistema en movimiento. Si este sistema se detiene, $v = 0$, $\mathcal{K}_0 = \mathcal{K}_1 = 0$ ya que para $v = 0$, $\mathcal{H}_0 = \mathcal{E}_0$ y $\mathcal{H}_1 = \mathcal{E}_1$

Restando, tenemos visto desde el sistema en movimiento

$$(\mathcal{K}_0 - \mathcal{K}_1) = U \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right\} \tag{9}$$

de forma que para $v = 0$, $(\mathcal{K}_0 - \mathcal{K}_1) = 0$.

Si ahora desarrollamos la inversa de la raíz cuadrada en serie y nos quedamos con el primer término

$$(\mathcal{K}_0 - \mathcal{K}_1) = U \left\{ 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1 \right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{U}{c^2}\right) v^2 \tag{10}$$

Aquí hay que hacer bastantes comentarios.

1) ¿Qué es $(\mathcal{K}_0 - \mathcal{K}_1)$?

$\mathcal{K}_0$ es la energía cinética del cuerpo, visto desde el sistema en movimiento, antes de emitir radiación EM.

$\mathcal{K}_1$ es la energía cinética del cuerpo, visto desde el sistema en movimiento, tras emitir radiación EM.

En el sistema en reposo, no hay energía cinética ni antes ni después de emitir radiación.

Ha cambiado su energía cinética, **pero no la velocidad del sistema de referencia en movimiento.**

Como consecuencia de (10), si $v = 0$, $(\mathcal{K}_0 - \mathcal{K}_1) = 0$.

Puesto que el sistema de referencia en movimiento no ha cambiado su velocidad tras emitir el cuerpo energía de radiación, visto desde el sistema en movimiento tiene que haber cambiado su masa.

Es decir, visto desde el sistema en movimiento

$$m_0 v^2 - m_1 v^2 = \frac{U}{c^2} v^2 \Longrightarrow \Delta m = (m_0 - m_1) = \frac{U}{c^2} \tag{11}$$

Aquí hay una inconsistencia. Si el sistema de referencia en movimiento se detiene $v = 0$, no puede haber diferencia de energía cinética. Por lo tanto, la ecuación (11) es incompatible con la ecuación (10).

Ahora, si $v \to 0$, la relación anterior se mantiene, y por lo tanto, al emitir radiación EM, la masa del cuerpo disminuiría, visto desde sistemas en reposo respecto al mismo o desde sistemas en movimiento.

Pero ¡estamos dividiendo por 0!:

$$(m_0 - m_1)0 = \frac{U}{c^2}0 \Longrightarrow ?? \tag{12}$$

Es decir, mientras $v > 0, v \approx 0, \Delta m = \frac{U}{c^2}$. Pero si el sistema en movimiento se detiene, no sabemos cuál es la Δm. La línea argumental falla.

Por lo tanto esa diferencia de masa se debe a otra cosa, no al movimiento del sistema de referencia

2) El argumento es válido, para sistemas no acelerados, cuando los sistemas son compuestos. Entonces, la emisión de radiación implica una disminución de energía de interacción entre los componentes del cuerpo. Pero, ¿Qué es la masa? Es la resistencia de un cuerpo a la aceleración: $m = \frac{F}{a}$

Consideremos un par de cuerpos unidos por un muelle (fuerza de interacción). Cuando una fuerza externa acelera este sistema, debe acelerar cada cuerpo y, además, comprimir o estirar el muelle. La aceleración del sistema es menor que si tenemos un único cuerpo cuya masa sea la suma de las masas de los dos cuerpos. Eso se puede interpretar como que el sistema de dos cuerpos y un muelle tiene mayor masa que la del sistema de dos cuerpos íntimamente unidos entre sí.

Por otro lado, un electrón (una masa simple, sin interacciones internas) solo radia energía cuando acelera (por ejemplo *"bremstrahlung" o aceleración de frenado)*. Este caso es radicalmente distinto del que trata Einstein, en el cual no existe aceleración. En el electrón frenado, no cambia la masa, cambia la velocidad.

3) Ahora bien, en el interior de un cuerpo compuesto en reposo, si el cuerpo emite radiación EM, las partículas que lo componen deben acelerar. Cambian las fuerzas de los *muelles* que son la interacción entre partículas, y por tanto, cambia la masa, visto desde el sistema en movimiento o desde el sistema en reposo respecto al cuerpo.

4) Si la energía emitida $\mathcal{U}$ fuese igual a c^2 la diferencia de masas sería igual a 1, en unidades de joule/[(m/s)^2]. Un kg de materia, si se deshacen todos sus enlaces atómicos, genera 2.5 x 10^{14} kwh. Esta es la energía que se precisó para formar ese kg de materia. No hay nada extraño.

De las ecuaciones anteriores se sigue inmediatamente:

Si un cuerpo cede la energía $\mathcal{U}$ en forma de radiación, disminuye entonces su masa como $(\mathcal{U}/c^2)$. Aquí es claramente indiferente que la energía perdida por el cuerpo se convierta en energía de radiación (pero todo el argumento de Einstein deriva de su fórmula para la energía de radiación EM) y así podemos llegar a la siguiente conclusión general:

La masa de un cuerpo es una medida de su contenido de energía; si cambia su energía en $\mathcal{U}$, entonces cambia su masa en el mismo sentido en $\mathcal{U}/c^2$.

De hecho, de su contenido en energía de interacción entre sus átomos, o partículas que lo componen

No se excluye que mediante los cuerpos cuyo contenido en energía es altamente cambiante (p. ej. las sales de radio) (es decir, que emiten energía en forma de partículas u ondas EM, puesto que no tenemos otra manera de saber que cambia su energía) pueda obtenerse una confirmación de la teoría (pero esas sales emiten radiación EM).

Si la teoría corresponde a los hechos, la radiación transmite inercia (¿Qué es transmitir inercia? ¿Querría decir: Transmite masa?) entre cuerpos emisores y absorbentes.

Berna, Septiembre 1905.

La definición de “inercia” que se encuentra en los libros es:

Inertia, property of a body by virtue of which it opposes any agency that attempts to put it in motion or, if it is moving, to change the magnitude or direction of its velocity. Inertia is a passive property and does not enable a body to do anything except oppose such active agents as forces and torques.

Es decir, inercia es, realmente, masa.

Tomado de “The Physics Classroom” (https://www.physicsclassroom.com): The tendency of an object to resist changes in its state of motion varies with mass. Mass is that quantity that is solely dependent upon the inertia of an object. The more inertia that an object has, the more mass that it has. A more massive object has a greater tendency to resist changes in its state of motion.

Esto está, evidentemente, mal. La inercia no es una propiedad medible de los cuerpos, la masa sí lo es. Por lo tanto debe cambiarse el párrafo de arriba a: “Inertia is that quantity that is solely dependent upon the mass of an object. The more mass an object has, the more inertia it has.